1.4. Potenciranje racionalnih brojeva

Broj sati: 3

*Udžbenik: stranice 28. – 37.*

**Odgojno – obrazovni ishod**

A.8.2. Računa s potencijama racionalne baze i nenegativnoga cjelobrojnog eksponenta.

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

**Tijek nastavnih sati**

* **Potencija; zbrajanje i oduzimanje potencija**

**Aktivnost 1 – Vrednovanje naučenoga**

Učitelj provodi kratku pisanu provjeru kroz Listiće za vrednovanje naučenoga (1.1. – 1.3.) (vrednovanje naučenoga).

**Aktivnost 2 – Ponavljanje**

Učenici su u prethodnim razredima upoznali pojam potencije. Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o potenciji broja (vrednovanje za učenje).

Računsku radnju u kojoj broj *a* množimo sa samim sobom *n* puta nazivamo **potenciranje**.

Broj ***a*n** nazivamo ***n*-ta potencija broja *a*.**

*a · a · a ... a · a* = *a*n, *a* ∈ **Q**, *n* ∈ **N**

n faktora

POTENCIJA

baza

eksponent

**Aktivnost 3 – Zapis umnoška u obliku potencije**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 17.* učitelj pokazuje kako umnožak istih faktora zapisujemo u obliku potencije i čitamo dobiveni rezultat.

Učenici rješavaju zadatak 80. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Zbrajanje i oduzimanje potencija**

Potencije možemo množiti racionalnim brojem. Taj broj nazivamo **koeficijent potencije**.

Na primjer, u izrazu  broj 5 je koeficijent potencije.

Zbrajati i oduzimati možemo samo iste potencije, a to su potencije koje imaju jednake baze i jednake eksponente.

Potencije zbrajamo i oduzimamo primjenjujući svojstvo distributivnosti množenja prema zbrajanju i oduzimanju, i pritom zbrajamo odnosno oduzimamo njihove koeficijente.



Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 18.* učitelj pokazuje kako zbrajati i oduzimati potencije koje imaju jednake baze i jednake eksponente.

Učenici rješavaju zadatke 81. – 83. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 5 – Zbrajanje i oduzimanje različitih potencija**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 19.* učitelj pokazuje što raditi kada se u zadatku pojavljuju različite potencije. Također primjenjujemo svojstvo distributivnosti množenja prema množenju i oduzimanju, ali posebno za

svaku potenciju.

Učenici rješavaju zadatak 84. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 3, 4, 5 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 5 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
* Aktivnost 5 – listići za vrednovanje za učenje
* Vrednovanje naučenoga
* Aktivnost 1 – Listići za vrednovanje naučenoga

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 115.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 116. – 119.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* Zadaci za vježbu: 111.
* **Množenje i dijeljenje potencija**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o potencijama te zbrajanju i oduzimanju potencija (vrednovanje za učenje).

Izračunajmo umnožak .

Vidimo da su baze jednake, a eksponenti različiti. Zapišimo svaki faktor u obliku umnoška.



Općenito: 

Potencije jednakih baza množimo tako da bazu prepišemo, a eksponente zbrojimo.



**Aktivnost 2 – Množenje potencija jednakih baza**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 20.* učitelj pokazuje kako pomnožiti potencije jednakih baza primjenjujući pravilo .

Učenici rješavaju zadatke 85. – 89. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Izračunavanje nepoznatog eksponenta**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 21.* učitelj pokazuje kako uz korištenje pravila za množenje potencija jednakih baza odrediti nepoznati eksponent jedne od potencija iz umnoška.

Učenici rješavaju zadatak 90. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Parnost potencije broja 1**

Promotrimo potencije broja –1.



Potencija s bazom -1 može biti ili 1 ili -1, ovisno o tome je li eksponent paran ili neparan prirodni broj.

, ako je **n neparan prirodni broj**

, ako je **n paran prirodni broj**

**Aktivnost 5 – Kako dijelimo potencije?**

Izračunajmo količnik .

Vidimo da su baze jednake, a eksponenti različiti. Zapišimo svaki faktor u obliku umnoška.



Općenito: 

Potencije jednakih baza dijelimo tako da bazu prepišemo, a eksponente oduzmemo.



**Aktivnost 6 – Dijeljenje potencija jednakih baza**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 22.* učitelj pokazuje kako podijeliti potencije jednakih baza primjenjujući pravilo .

Učenici rješavaju zadatke 91. – 95. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 7 – Određivanje nepoznatog eksponenta**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 23.* učitelj pokazuje kako uz korištenje pravila za dijeljenje potencija jednakih baza možemo odrediti nepoznati eksponent jedne od potencija iz količnika.

Učenici rješavaju zadatak 96. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 8 – Može li eksponent biti neki broj manji od 1?**

Promotrimo sljedeće količnike.



Zapišimo djeljenike i djelitelje kao potencije.



Ako primijenimo formulu za dijeljenje potencija jednakih baza, dobijemo sljedeće.



Možemo zaključiti da vrijedi: 

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.2.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.2. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 2, 3, 5, 6, 7 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 8 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 8 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 120.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 112., 113.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 7 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 102. – 106.
* **Potenciranje potencija i računanje s potencijama**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje u paru**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o zbrajanju, množenju i dijeljenju potencija (vrednovanje za učenje).

Učenici u paru odgovaraju na pitanje iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Možemo li zbrojiti 2 ∙ 103 i 5 ∙ 102? Objasnite.
* Obrazložite pravila za množenje i dijeljenje potencija jednakih baza.

Zatim slijedi razredna rasprava koju moderira učitelj (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Kako potenciramo potenciju?**

Promotrimo primjer .

Zapišimo u obliku umnoška i primijenimo formulu .



Potenciju potenciramo tako da bazu prepišemo, a eksponente pomnožimo.



**Aktivnost 3 – Potenciranje potencije**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 24.* učitelj pokazuje kako potencirati potenciju primjenjujući pravilo .

Učenici rješavaju zadatke 97. i 98. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Računanje s potencijama**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 25.* učitelj pokazuje kako izračunavati vrijednost izraza u kojem se množe, dijele i potenciraju potencije.

Učenici rješavaju zadatke 99. i 100. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 5 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju Nastavni listić te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Realni brojevi -> Potenciranje racionalnih brojeva -> Matematika + -> provjera znanja Potenciranje racionalnih brojeva (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.3.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.3. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnost 1, 3, 4, 5 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Realni brojevi -> Potenciranje racionalnih brojeva -> Matematika + -> provjera znanja Potenciranje racionalnih brojeva (kratki kviz)
* Aktivnost 5 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 5 – listići za vrednovanje za učenje

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 114.
* Lj. Peretin, D. Vujanović: Matematika 8 - radna bilježnica za pomoć u učenju matematike –
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Nastavni listići – dodatni zadatci
* Dodatni zadatci: 121.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 107. – 110.
* e-sfera: Realni brojevi -> Potenciranje racionalnih brojeva -> Matematika + -> provjera znanja Potenciranje racionalnih brojeva (dugi kviz)

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

♦ Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

**Primjer 2:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Odredite x tako da jednakost bude točna: .

♦ Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Odredite x tako da jednakost bude točna: .

**Primjer 3:** Zadaci za vršnjačko vrednovanje (Prilog A)

● Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

♦ Pitanja:

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte .

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Broj 5 u potenciji nazivamo baza.
* Racionalni broj s kojim množimo potenciju nazivamo koeficijent potencije.
* Zbrojiti/oduzeti možemo samo jednake potencije, tako da im zbrojimo/oduzmemo koeficijente, a potenciju prepišemo.

Zadatci:

* Izračunajte .
* Izračunajte .

**Primjer 2:** Kviz (Prilog D)

Tvrdnje:

* Potencije množimo tako da bazu prepišemo, a eksponente pomnožimo.
* Potencije dijelimo tako da eksponente prepišemo, a baze oduzmemo.

Zadatci:

* Izračunajte  .
* Izračunajte .

**Primjer 3:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

* Izračunajte .
* Izračunajte .
* Izračunajte tako da prvo svedete na potenciju s bazom 10: .

**Vrednovanje naučenoga**

Ime i prezime ................................................................ grupa A

1. Odredite kojem skupu brojeva pripada broj.

a)  b)  c) 0

2. Prema rastavu nazivnika na proste faktore odredi vrstu decimalnog zapisa razlomka.

a)  b)  c) 

3. Izračunajte.

a) 

b)

c) 

d) 

e) 

f) 0.122 =

4. Izračunajte.

a) 

b) 

Ime i prezime ................................................................ grupa B

1. Odredite kojem skupu brojeva pripada broj.

a)  b)  c) 

2. Prema rastavu nazivnika na proste faktore odredi vrstu decimalnog zapisa razlomka.

a)  b)  c) 

3. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

f) 

4. Izračunajte.

a) 

b) 

Ime i prezime ......................................................... grupa C

1. Odredite kojem skupu brojeva pripada broj.

a)  b)  c) 3

2. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

2. Izračunajte.

a) 

b) 

**Rješenja:**

**grupa A**

1. a) **Z**, b) **Q**, c) **N0**

2. a) mješovito periodični decimalan broj

b) čisto periodični decimalni broj

c) konačan decimalni broj

3. a) 16, b) 36, c) –81, d) , e) , f) 0.0144

4. a) , b) 

**grupa B**

1. a) **Q**, b) **N**, c) **Z**

2. a) konačan decimalni broj

b) čisto periodični decimalni broj

c) mješovito periodični decimalan broj

3. a) 64, b)–25, c) 49, d) , e) , f) 

4. a) , b) 1

**grupa C**

1. a) **Z**, b) **Q**, c) **N**

2. a) 81, b) 36, c) 9, d), e) 0.16

3. a) , b) 

**Nastavni listić**

1. Rastavite broj na proste faktore, a zatim umnožak izrazite potencijom.

1. 729 =
2. 2 401 =

2. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

3. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

4. Odredite x tako da jednakost bude točna.

a)  b) 

c)  d) 

**Dodatni zadatci**

1. Izračunajte vrijednost izraza ako je:

a)  b) 

2. Izračunajte.

a) 

b) 

3. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

d) 

4. Izračunajte.

a) 

b) 

c) 

**Rješenja nastavnog listića**

1. a) 36, b) 74

2. a) , b) , c) 

3. a) , b) , c) 0.27, d) , e) 1019

4. a) x=4, b) x=5, c) x=3, d) x=7

**Rješenja dodatnih zadataka**

1. a) , b) 

2. a) , b) 

3. a) , b) , c) , d) 

4. a) , b) , c) 